

文章编号: 1000-7598-(2006)10-1663-05

地下洞室群对地面运动影响问题的 级数解答: SH 波入射

梁建文¹, 李艳恒¹, Vincent W Lee²

(1. 天津大学 土木工程系, 天津 300072; 2. University of Southern California, CA 90089, USA)

摘 要: 采用波函数展开法给出平面 SH 波入射下半空间中洞室群对地面运动影响问题的一个级数解答, 并分析了入射波频率和入射角以及两洞室之间距离等参数对地面运动的影响。数值结果表明, 地下洞室群对沿线地面运动具有显著的放大作用: 两个洞室情况地面运动可以达到单个洞室情况的 1.6 倍、无洞室情况的 3.5 倍以上。建议地铁等地下工程在设计和规划时应考虑工程建设后对沿线设计地震动的影响。

关 键 词: 地下洞室群; 地面运动; 平面 SH 波; 散射; 级数解答

中图分类号: O 347.4; TB 115

文献标识码: A

A series solution for surface motion amplification due to underground group cavities: incident SH waves

LIANG Jian-wen¹, LI Yan-heng¹, Vincent W Lee²

(1. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. University of Southern California, Los Angeles, CA 90089-2531, USA)

Abstract: By using wave function expansion method, a series solution of surface motion amplification due to underground group cavities in half-space for incident plane SH waves was given, and effects of parameters such as the frequency of the incident waves, the angle of incident waves, the distance between the two cavities, etc. on the surface motion amplification were analyzed. The results show that the underground group cavities significantly amplify the surface motion: the surface motion for twin cavities can be 1.6 times of that for single cavity, and 3.5 times of that for no cavity. It is suggested that the effect of subways on ground motion should be considered when the subways are planned and designed.

Key words: underground group cavities; surface motion; plane SH waves; scattering; series solution

1 引 言

为缓解城市交通压力, 我国一些大城市普遍在市中心地带建设地下铁道工程, 且多为由两个洞室组成的大型洞室群。大型地下洞室群的建设无疑对沿线附近的设计地震动会有一定的影响, 而对该影响定量地估计, 对既有地面建筑物的地震安全性评估具有重要的指导意义。就笔者所知, 目前在国内外地铁工程的建设中还没有考虑地下洞室群建设对沿线附近设计地震动的影响问题。

地下洞室群对地面运动影响问题的求解可采用数值法和解析法, 数值法包括有限差分法、有限元法等, 解析法即波函数展开法。数值法的显著特点

是适用于任意形状洞室, 但解析法在问题本质分析方面有着数值法不可替代的作用, 而且解析法还可用来检验数值法的精度。Lee^[1]与 Lee, Trifunac^[2]采用波函数展开法给出了半空间中单个洞室对地面运动的影响问题。Lee 和 Karl^[3, 4]以及 Davis 等^[5]研究了半空间中单个洞室对 P 和 SV 波的散射解析解。Liang et al^[6, 7]分别给出了平面 P 和 SV 波入射下半空间中双洞室组成的洞室群对沿线地面运动影响问题的级数解答, 研究结果表明地下洞室群对沿线地面运动具有显著的放大作用。本文则进一步研究在平面 SH 波入射下半空间中洞室群对沿线地面运动的影响问题。为节省论文篇幅而又不失一般性, 本文以两个洞室为例进行分析, 多个洞室情况可由本

收稿日期: 2004-12-16

修改稿收到日期: 2005-05-09

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 50378063); 教育部新世纪优秀人才支持计划 (No. NCET-05-0248)。

作者简介: 梁建文, 男, 1965 年生, 教授、博士生导师, 主要从事工程波动研究。E-mail: liang@tju.edu.cn

文方法直接推广。

2 模型

图 1 为镶嵌在弹性均匀和各向同性半空间中的两个等径圆形洞室模型, 图中洞室之间水平距离为 s_1 ; 半径和埋深分别为 a 和 d_1 ; 半空间介质由剪切模量 μ 和质量密度 ρ 确定; 横波波速为 β 。一频率为 ω 的平面 SH 波以角度 α 入射, 根据 SH 波的特性及所求问题的特点, 采用镜像法分析全空间中两个洞室及它们的镜像对入射波的散射, 并定义 4 套直角坐标系 $x_i - o_i - y_i$ ($i=1, 2, 3, 4$) 及相应的极坐标系 $r_i - \theta_i$ 。

全空间中的总位移场可表示为

$$w = w_1^{(i)} + w_2^{(i)} + w_1^{(s)} + w_2^{(s)} + w_3^{(s)} + w_4^{(s)} \quad (1)$$

式中, $w_1^{(i)}$ 为入射波; $w_2^{(i)}$ 为反射波; $w_1^{(s)}$ 、 $w_2^{(s)}$, $w_3^{(s)}$ 和 $w_4^{(s)}$ 分别为两个洞室及它们的镜像所产生的散射波, 可分别表示为

$$w_1^{(i)}(r_1, \theta_1) = \exp[ikr_1 \cos(\theta_1 - \alpha)] \quad (2)$$

其中 $k = \omega / \beta$ 为半空间中波数, 时间因子 $\exp(-i\omega t)$ 已略去 (下同)。

$$w_2^{(i)}(r_3, \theta_3) = \exp[ikr_3 \cos(\theta_3 - \alpha)] \quad (3)$$

$$w_j^{(s)}(r_j, \theta_j) = \sum_{m=0}^{\infty} H_m^{(1)}(kr_j)(A_{jm} \cos m\theta_j + B_{jm} \sin m\theta_j) \quad (4)$$

$$j=1, 2, 3, 4$$

式中 $H_m^{(1)}(x)$ 为第一类 Hankel 函数。从物理意义上讲, 它们表示由 o_i 向外传播的柱面波, 其在无穷远处满足 Sommerfeld 辐射条件。

总位移场 w 满足极坐标系下的波动方程:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (5)$$

问题的边界条件是半空间表面零剪应力和两个洞室表面零剪应力:

$$\sigma_{yz} = \mu \frac{\partial w}{\partial y_1} = 0, y_1 = d_1 \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rz} &= \mu \frac{\partial w}{\partial r_1} = 0, r_1 = a; \\ \sigma_{rz} &= \mu \frac{\partial w}{\partial r_2} = 0, r_2 = a \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由镜像法的特点和波函数设定可知, 自由地表

零应力边界条件 (6) 可自动满足, 而且有 $A_{3m} = A_{1m}$, $B_{3m} = B_{1m}$, $A_{4m} = A_{2m}$ 和 $B_{4m} = B_{2m}$ 成立, 这样, 波函数 $w_1^{(s)}$ 、 $w_2^{(s)}$ 、 $w_3^{(s)}$ 和 $w_4^{(s)}$ 中待定系数只剩 2 组, 引入边界条件 (7) 并利用三角函数的正交性, 最后可归纳为一无穷代数方程组, 该方程组可以通过截断项数来求解, 求得待定系数, 即可确定波函数 $w_1^{(s)}$ 、 $w_2^{(s)}$ 、 $w_3^{(s)}$ 和 $w_4^{(s)}$, 进而得到总位移场 w 。在引入边界条件之前, 需要进行坐标变换, 由于坐标系之间存在夹角, 使得 $\sin$ 和 $\cos$ 项之间存在耦合, 无法直接利用 Graf 坐标变换公式, 但可借助文 [6] 中公式进行坐标变换。限于篇幅, 具体推导过程在此不再赘述。

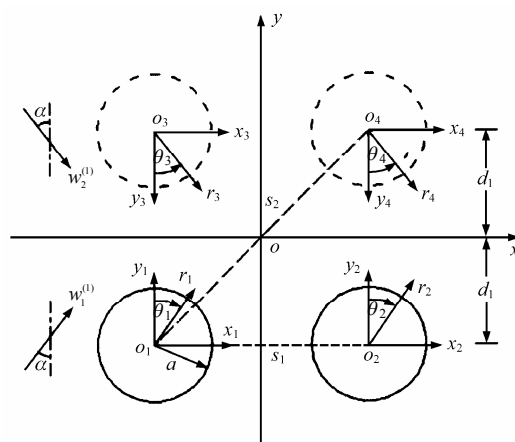


图 1 模型
Fig.1 The model

3 解答精度的检验

级数解答的精度由无穷级数的截断计算来确定, 可以通过边界条件 (7) 的满足程度来检验。定义无量纲频率 $\eta = 2a / \lambda$, 其中 λ 为半空间中横波波长。图 2 和图 3 分别给出了两个洞室之间距离 $s_1 / a = 3$, 埋深 $d_1 / a = 1.5$, 入射角 $\alpha = 0^\circ$, 截断项数 n 依次取 4, 6, 8 和 8, 10, 12, 对应 $n=1.0$ 和 2.0 两种情况下应力 σ_{yz} 的收敛精度。可以看出, 随着级数截断项数的增大, 应力很快减小并趋于零。只要截断项数足够大, 应力就可以足够小, 边界条件 (7) 得到很好满足, 解答收敛于真解。图 4 给出了两个洞室之间距离 $s_1 / a = 3$, 埋深 $d_1 / a = 1.5$, 在入射角 $\alpha = 0^\circ$ 情况下半空间地表位移的相邻两项均方根误差随截断项数的收敛情况。可以看出, 随着截断项数的增大, 误差逐渐趋于零, 当无量纲频率 η 较小时, 收敛较快; 当 η 较大时, 收敛相对较慢。说明入射频率较低时, 所需截断项数较少, 而当入射频率较高时, 所需截断项数较多。

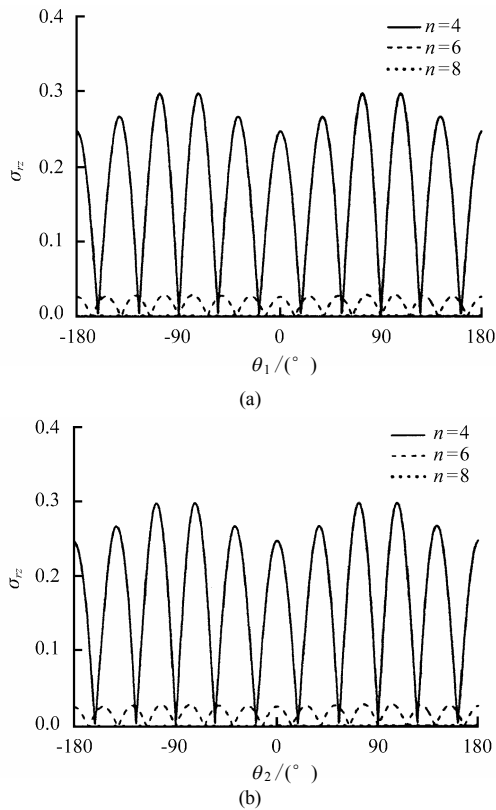


图 2 应力随截断项数的增大趋于零
($s_1/a=3, \alpha=0^\circ, \eta=1.0$)

Fig.2 Stress approaching to zero with truncation order
($s_1/a=3, \alpha=0^\circ, \eta=1.0$)

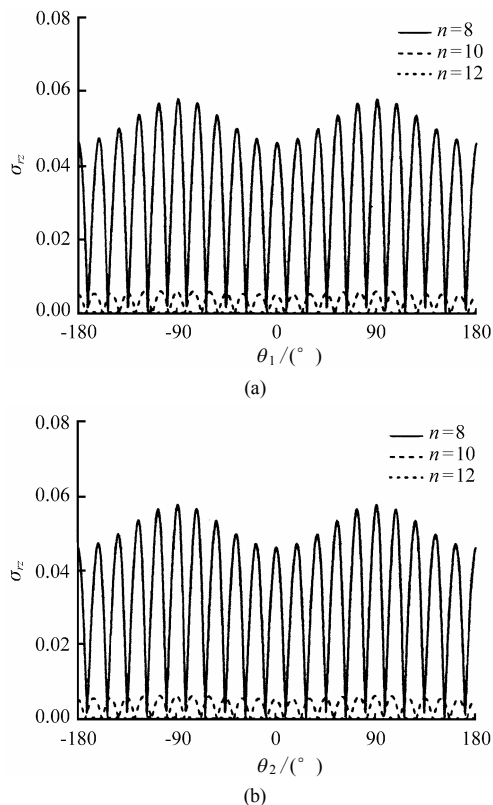


图 3 应力随截断项数的增大趋于零
($s_1/a=3, \alpha=0^\circ, \eta=2.0$)

Fig.3 Stress approaching to zero with truncation order
($s_1/a=3, \alpha=0^\circ, \eta=2.0$)

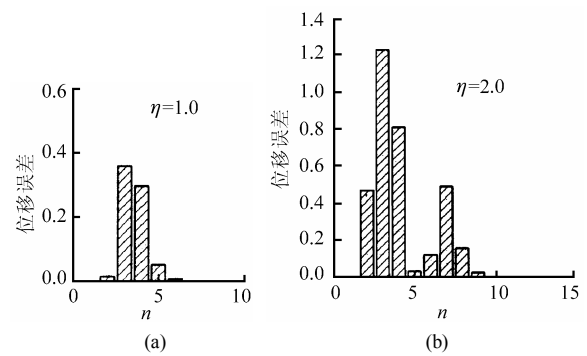


图 4 地表位移误差收敛情况 ($s_1/a=3, \alpha=0^\circ$)

Fig.4 Surface displacement convergence diagrams
($s_1/a=3, \alpha=0^\circ$)

4 算例与分析

图 5~7 分别给出了埋深 $d_1/a=1.5$ 的两个洞室之间距离 $s_1/a=2.5, 3, 4, 5, 10$ 和 20 , 入射角分别为 $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, 入射 SH 波频率 η 分别为 0.5 (低频), 1.0 (中频) 和 2.0 (高频) 情况下的地表位移幅值。为便于比较, 图 8 给出了两个洞室之间距离无穷大 (即相当于单个洞室) 情况下其中一个洞室附近的地表位移幅值。可以看出, 随着入射频率的增大, 地表位移的空间变化由简单逐渐变得复杂。

当 $\eta=0.5$ 时 (图 5), 对应于洞室之间的不同距离其地表位移幅值的峰值多数出现在水平掠入射情况, 在空间上位移峰值一般出现在左洞室 (入射波近端) 的上方, 如 $s_1/a=2.5$ 时位移峰值约为 5.6 , 而对应于单个洞室情况 (图 8 中 $\eta=0.5$) 位移峰值不到 4.0 。随着洞室之间距离的增大, 地表位移幅值总体上逐渐减小。说明洞室之间的相互作用对地表位移幅值具有显著的放大作用, 而当洞室之间距离增大时, 洞室之间的相互作用也随之减弱。

当 $\eta=1.0$ 时 (图 6), 地表位移幅值的峰值仍多出现在水平掠入射情况, 在空间上则一般出现在左洞室 (入射波近端) 的上方, 而右洞室上方幅值较小, 且变化平缓, 这体现了波掠入射时两个洞室的屏障作用, 但这种屏障作用在两个洞室之间距离较大 ($s_1/a=10$ 和 20) 时逐渐变弱。当 $s_1/a=3$ 时位移峰值达到 5.2 , 而单个洞室情况 (图 8 中 $\eta=1.0$) 位移峰值仅约为 3.9 , 说明当入射频率较高时位移峰值可能会出现在两个洞室相距一定距离情况。从图 6 还可以看出, 在波斜入射情况下, 当两个洞室之间距离较大时在两个洞室之间且靠近右洞室的上方地表位移幅值出现较大峰值, 体现了两个洞室对波

的衍射作用。

当 $\eta=2.0$ 时 (图 7), 地表位移幅值的峰值仍一般出现在水平掠入射和斜入射情况, 两个洞室距离较近时, 两个洞室的屏障作用比较明显, 而两个洞室距离较远时, 两个洞室的衍射作用比较明显, $s_1/a=3$ 时位移峰值接近 7.0, 而单个洞室情况位移

峰值约为 4.4, 说明入射频率较高时两洞室之间相互作用亦非常明显。在两个洞室之间距离 $s_1/a=10$ (亦即 5 倍入射波长) 情况下, 位移峰值可达 5.8, 说明两个洞室之间距离相当大时洞室之间仍然存在很大的相互作用, 但 $s_1/a=20$ 时这种相互作用已不十分明显。

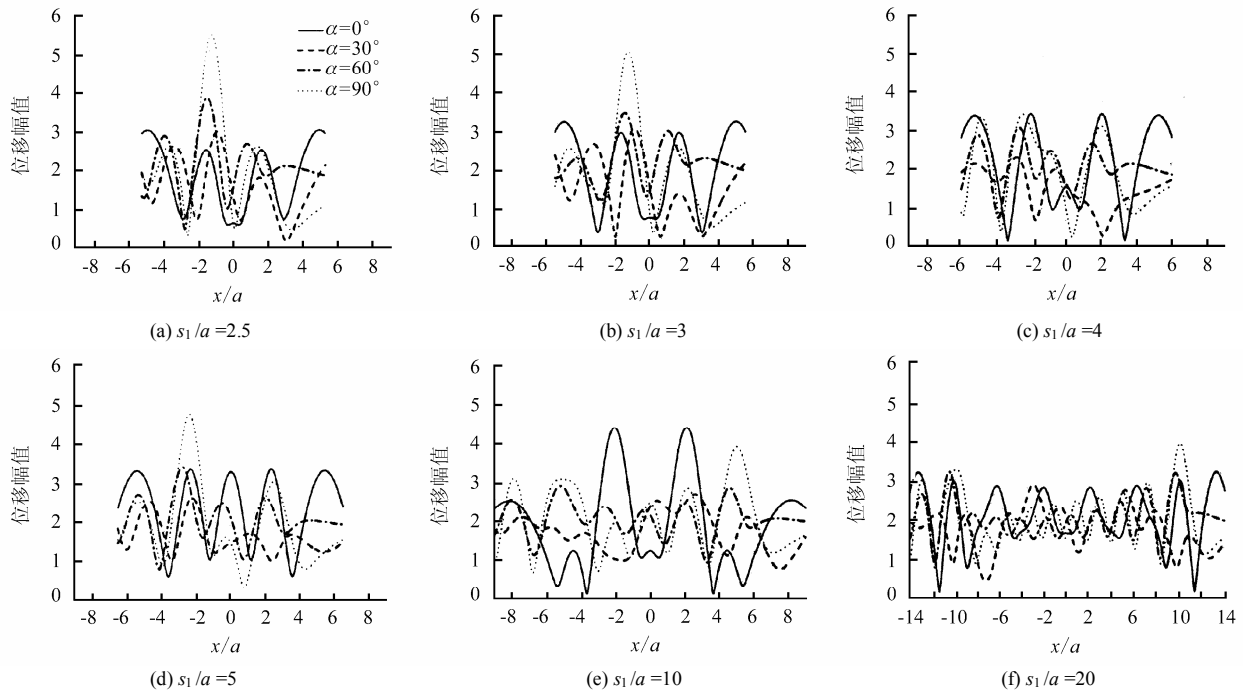


图 5 双洞室地表位移幅值 ($\eta=0.5$)
Fig.5 Surface displacement for twin cavities ($\eta=0.5$)

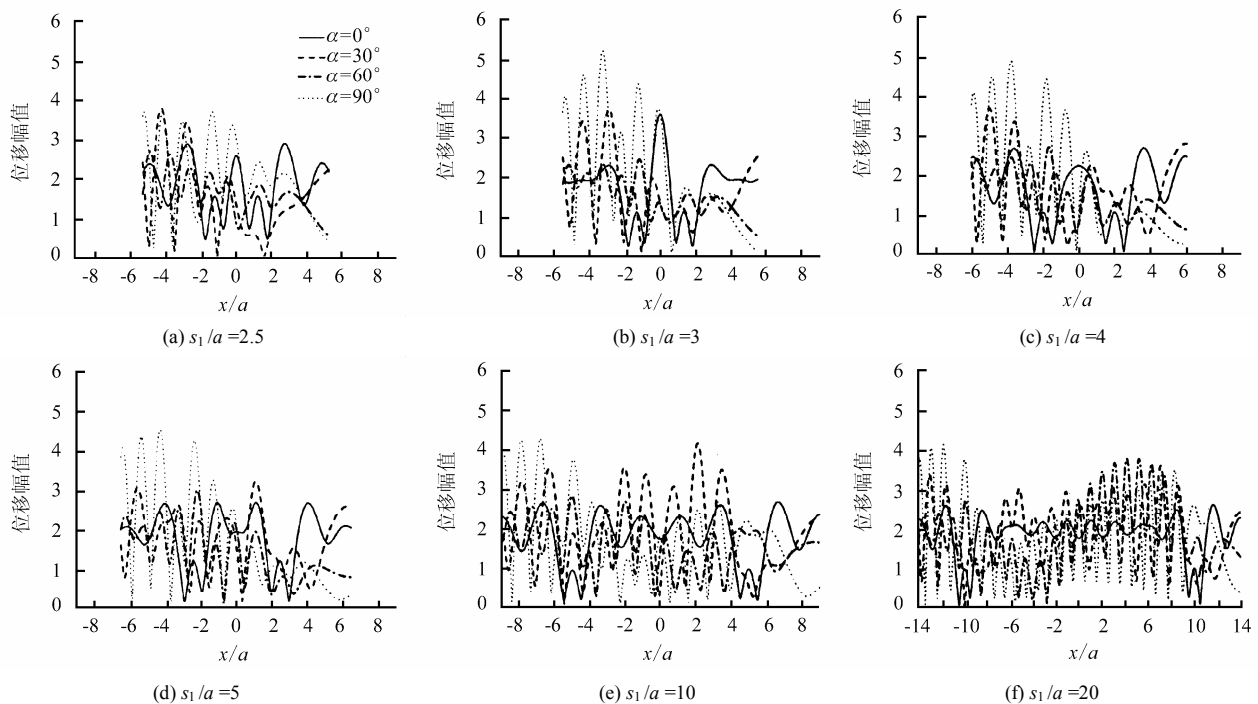


图 6 双洞室地表位移幅值 ($\eta=1.0$)
Fig.6 Surface displacement for twin cavities ($\eta=1.0$)

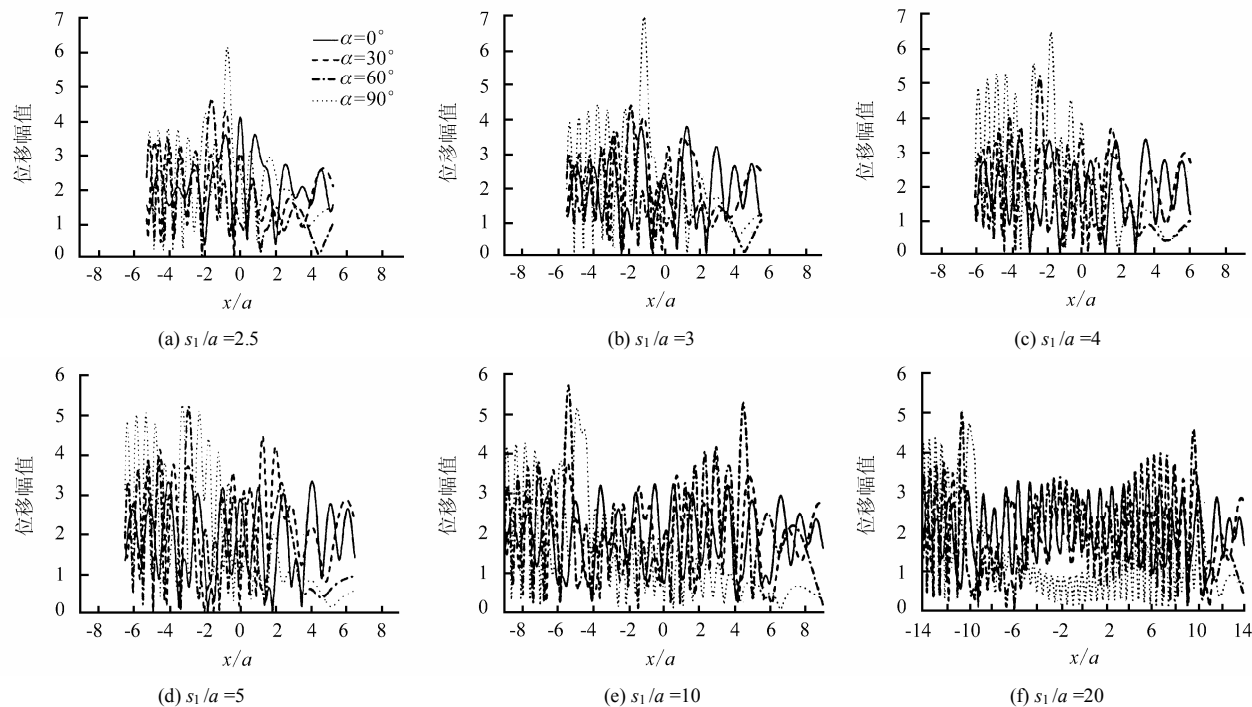


图 7 双洞室地表位移幅值 ($\eta=2.0$)
Fig.7 Surface displacement for twin cavities ($\eta=2.0$)

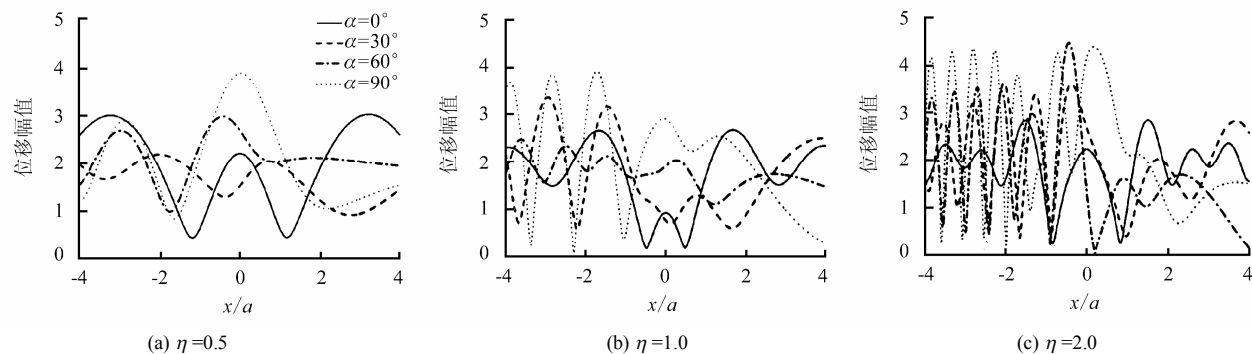


图 8 单个洞室地表位移幅值
Fig.8 Surface displacement for single cavity

表 1 给出了无洞室、单个洞室和两个洞室三种情况地表位移幅值的比较，可见单个洞室对地表位移的放大作用可以达到无洞室情况的 2.2 倍，两个洞室对地表位移的放大作用可以达到单个洞室情况的 1.6 倍、无洞室情况的 3.5 倍以上，需要引起足够的重视。

表 1 无洞室、单个洞室和两个洞室最大地表位移幅值的比较

Table 1 Comparison of maximal displacement amplitudes for no cavity, single cavity and twin cavities

入射角 /(°)	位移幅值		
	无洞室	单个洞室	两个洞室
0	2.00	3.00	4.40
30	2.00	3.60	4.38
60	2.00	4.44	5.75
90	2.00	4.39	6.98

5 结 语

本文采用波函数展开法，给出平面 SH 波入射下半空间中洞室群对地面运动影响问题的级数解答，并分析了入射波频率和入射角以及两洞室之间距离等参数对地面运动的影响。数值结果表明，地下洞室群对沿线地面运动具有显著的放大作用：两个洞室情况地面运动可以达到单个洞室情况的 1.6 倍、无洞室情况的 3.5 倍以上。建议地铁等地下工程在设计和规划时，考虑工程建设后对沿线设计地震动的影响，以减少对既有地面建筑物地震安全性的影响。

参 考 文 献

- [1] Lee V W. On deformation near circular underground cavity subjected to incident plane SH-waves[A]. **Proceedings of Symposium of Applications of Computer Methods in Engineering**[C]. Los Angeles: University of Southern California, 1977. 951—961.
- [2] Lee V W, Trifunac M D. Response of tunnels to incident SH-waves[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, ASCE, 1979, 105(4): 643—659.
- [3] Lee V W, Karl J. On deformation near a circular underground cavity subjected to incident plane p waves[J]. **European Journal of Earthquake Engineering**, 1993, 7(1): 29—36.
- [4] Lee V W, Karl J. Diffraction of SV waves by underground, circular, cylindrical cavities[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 1992, 11: 445—456.
- [5] Davis C A, Lee V W, Bardet J P. Transverse response of underground cavities and pipes to incident SV waves[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 2001, 30: 383—410.
- [6] Liang Jianwen, Zhang Hao, Lee V W. A series solution for surface motion amplification due to underground group cavities: incident P waves[J]. **Acta Seismologica Sinica**, 2004, 17(3): 296—307.
- [7] Liang Jianwen, Zhang Hao, Lee V W. A series solution for surface motion amplification due to underground twin tunnels: incident SV waves[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2003, 2(2): 289—298.